- $h(x) \equiv 1/g(x)$ と定義する。その時、合成関数の微分公式から $h'(x) = \{g(x)^{-1}\}' = -g(x)^{-2}g'(x)$ である。それを使うと、

$$\begin{aligned}\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}' &= \{f(x)h(x)\}' \\ &= f'(x)h(x) + f(x)h'(x) \\ &= \tfrac{f'(x)}{g(x)} - \tfrac{f(x)g'(x)}{g^2(x)} \end{aligned} \tag{1}$$

- 1. $\frac{1}{\cos^2 x}$

  2. $(3\log 2x + 1)x^2$

  3. $\frac{\cos x}{\cos^2(\sin x)}$

  4. $-\sin(\sin x)\cos x$

  5. $xa^{-3x}(2 - 3x\log a)$

- 次の関数の不定積分を求めよ。

  1. $\int \frac{1}{1-t^2}dt = \frac{1}{2}\int dt\,\{(1+t)^{-1} + (1-t)^{-1}\} = \frac{1}{2}\log|1+t| - \frac{1}{2}\log|1-t| + C = \frac{1}{2}\log\mid \frac{1+t}{1-t} \mid + C$
  2. $t \equiv e^x$ とおいて、置換積分を実行する。$dt = dxe^x$ から、$dx = t^{-1}dt$。これを代入すると、$\int \frac{1}{e^{-x}-e^x}dx = \int \frac{1}{1-t^2}dt = \frac{1}{2}\log\mid \frac{1+e^x}{1-e^x} \mid + C.$